М.П.Ковалка. — Київ: Агенство з раціональним використанням енергії та екології, 2002. - 600 с.

2. Руднік А.А. Транзитні поставки газу через територію України: проблеми та перспективи / Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ, 2001. - № 1. - С. 9-11.

3. Гончарук М.І. Аналіз причин втрат природного газу / Нафтова і газова промисловість, 2003. - № 2. - С. 56-57.

4. Стрижевский И.В. Подземная коррозия и методы защиты. - М.: Металлургия, 1986. - 112 с.

5. Гончарук М.І., Крижанівський Є.І., Побережний Л.Я. Корозійно-механічна поведінка металу газопроводу / Науковий вісник Національного технічного університету нафти і газу. - Івано-Франківськ: Факел, 2003. - № 1 (5). - С. 54-59.

6. Ільницький М.К. Розробка методів попередження втомних руйнувань морських нафтогазопроводів // Дис. канд. техн. наук: Івано-Франківськ, 2001. - 153 с.

7. Б.М.Яворський, А.А.Детлаф, Л.Б.Милковська, Г.П.Сергеєв. Курс фізики. - Київ: Вища школа, 1970. - 356 с.

8. Анциферов В.С. Уравнения математической физики. - Ч. 1. - М.:, 1975. - 190 с.

9. Арсенин В.Я. методы математической физики и специальные функции. - М.: Наука, 1974. - 431 с.

10. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. - М.: Высшая школа, 1985. - 480 с.

УДК 504.064

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗТІКАННЯ РІДИНИ В ПОРОВОМУ ПРОСТОРІ ЗА НАЯВНОСТІ ТОЧКОВОГО ДЖЕРЕЛА

Л.Є.Шкіца,
ІФНТУНГ,76019, м. Івано-Франківськ, вул.Карпатська, 15, тел. 4-53-69,
e-mail: public@nung.edu.ua

Є.М.Бакулін
ДК "Укргазвидобування", м. Київ, вул. Кудрявська 26/28, тел.. (044)461-29-11

Разработана математическая модель формирования ареала загрязнения газовым конденсатом грунта через коррозионные отверстия (свищи) промышленных трубопроводов

It has been worked out a new mathematical of formation of soil pollution areal (station) by gas condensate. This pollution is through rust holes in industrial pipeline

У результаті корозійного пошкодження труб виникають свищі, через які конденсат під тиском газу поступає в навколишнє середовище, тобто в грунт. При цьому виникає задача формування ареалу забруднення, тобто побудови поля тисків у пористому середовищі як функції просторових координат та часу.

З математичної точки зору розглядається горизонтальний пласт пористого середовища невеликої товщини, в якому спостерігається фільтрація рідини. Розміри пласта такі, що його в математичній постановці задачі можна розглядати як безмежний. У початковий момент часу тиск рідини є сталою величиною. Зміною тиску рідини по товщині пласта можна знехтувати, оскільки товщина пласта є незначною. У момент часу $t=0$ в певному місці в пласт починає поступати рідина, тобто починає діяти додатне джерело маси q_1, кг/(м·с).

Необхідно встановити як змінюватиметься тиск у пласті в різних його точках, а також залежно і від часу.

Диференціальне рівняння фільтрації рідини в пласті, як відомо [1], має такий вигляд:

$$\frac{\partial p}{\partial t}=x\nabla^2 p+\frac{f}{q\beta^*}, \qquad (1)$$

де: p – тиск рідини в пласті, Па; t – час; x – коефіцієнт п'єзопровідності пласта, м^2/с ($x=\frac{R}{\mu\beta *}$, R – коефіцієнт проникності пласта, який характеризує властивість пористого середовища пропускати через себе рідину під дією прикладеного перепаду тиску, м^2, μ – динамічний коефіцієнт в'язкості рідини, Па·с; $\beta^*=m\beta_p+\beta_c$, m – пористість середовища пласта (безрозмірна величина), β_p, β_c – коефіцієнти об'ємної пружності відповідно рідини і пласта, Па$^{-1}$); g – густина рідини, кг/м^3; ∇^2 – оператор Лапласа (у декартовій системі координати

$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2}$, у даній задачі, оскільки тиск рідини по товщині пласта не змінюється, цей оператор буде $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$); f – функція внутрішнього джерела маси в пласті, кг/м^3·с ($f(x,y,z,t) = \lim\limits_{\substack{\Delta V \to 0 \\ \Delta t \to 0}} \frac{\Delta G}{\Delta V \cdot \Delta t}$, Δv – об'єм, взятий в пласті, Δt – проміжок часу, ΔG – маса рідини, що утворюється в об'ємі ΔV за проміжок часу Δt).

Для фільтрації рідини у вказаному пласті із рівняння (3.1) будемо мати:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y_2} = \frac{1}{x}\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{f}{F}, \qquad (2)$$

де $F = g\beta^* x = g\beta^* \frac{R}{\mu\beta^*} = \frac{gR}{\mu}$.

Враховуючи сказане вище, функція f набуває такого вигляду:

$$f = q_1\,\delta(x)\delta(y)\,, \qquad (3)$$

При цьому сформульована на початку фізична задача в математичному записі буде

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{1}{\chi}\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{q_1}{F}\delta(x)\delta(y), \qquad (4)$$

$$p(x,y,o) = p_0\,,\ P\big|_{x\to\infty} \to p_0\,,\ P\big|_{y\to\infty} \to p_0\,, \qquad (5)$$

де: p_0 – початковий тиск в пласті;

$\delta(x)\delta(y)$ – дельта-функції Дірака [2].

Для розв'язання поставленої задачі скористаємося методом функцій Гріна [3, 4]. Функція Гріна для даної крайової задачі знаходиться так:

$$G\big|_{t=\tau} = \delta(x-\chi')\delta(y-y'),\ G\big|_{\substack{|x|\to\infty \\ |y|\to\infty}} \to 0,\ t > \tau\,. \qquad (6)$$

Розв'язок задачі (6) є фундаментальним розв'язком двовимірної задачі фільтрації рідини, який записується у вигляді:

$$G = \frac{1}{\left(2\sqrt{\pi\chi(t-\tau)}\right)^2} e^{-\frac{\left(\chi-\chi'\right)^2+(y-y')^2}{4\chi(t-\tau)}}\,. \qquad (7)$$

Задача (3.4), (3.5) є неоднорідною задачею фільтрації рідини в пласті з граничними умовами першого роду на нескінченості. Розв'язок такої задачі через функцію Гріна буде [3,4]

$$p(x,y,t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} p_0 G(x-\xi, y-\ell, t)\,d\xi d\ell +$$

$$+\int\limits_{0}^{t}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{F} q_1 \delta(\xi)\delta(\ell) G(x-\xi, y-\ell, t-\tau)\,d\xi d\ell d\tau. \qquad (8)$$

Підставляємо функцію Гріна (7) в (8)

$$p(x,y,t) = p_0 \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left(2\sqrt{\pi\chi t}\right)^2} e^{-\frac{(x-\xi)^2+(y-\ell)^2}{4\chi t}}\, d\xi d\ell +$$

$$+\int\limits_{0}^{t}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{F} q_1 \delta(\xi)\delta(\ell) \frac{1}{\left(2\sqrt{\pi\chi(t-\tau)}\right)^2} e^{-\frac{(x-\xi)^2+(y-\ell)^2}{4\chi(t-\tau)}}\, d\xi d\ell d\tau.$$

Після виконання інтегрування отримуємо розв'язок задачі (4), (5)

$$p(x,y,t) = \frac{p_0}{4\pi\chi t} \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\xi)^2+(y-\ell)^2}{4xt} d\xi d\ell + \frac{\chi q_1}{F}\int\limits_0^t \frac{1}{\left(2\sqrt{\pi\chi(t-\tau)}\right)^2}} \times$$

$$\times e^{-\frac{x^2+y^2}{4\chi(t-\tau)} d\tau}. \qquad (9)$$

Підстановка (3.9) у рівняння (3.4), (3.5) показує правильність отриманого результату.

Література

1. Анциферов В.С. Уравнения математической физики. Ч.І. – М., 1975. – 190 с.
2. Корн Г. И Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1970. – 720 с.
3. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции.- М.: Наука, 1974.- 431с.
4. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. -- М.: Высш. шк., 1985. – 480 с.