

© П.І. Огородніков

д-р техн. наук
МНТУ

В.М. Світлицький

д-р техн. наук
Київський національний
університет ім. Тараса Шевченка

В.І. Гоголь

МНТУ

Дослідження зв'язку між поздовжніми і крутильними коливаннями бурильної колони

УДК 622.24.053

У статті розглянуто коливання бурильної колони, що виникають під час взаємодії долота з вибоєм. На основі теоретичних досліджень отримано математичну модель поглиблення вибою, яка визначає зв'язок між поздовжніми і крутильними коливаннями бурильної колони.

Ключові слова: бурильна колона, поздовжні коливання, крутильні коливання, початкові та граничні умови, математична модель.

В статье рассмотрены колебания бурильной колонны, возникающие при взаимодействии долота с забоем. На основе теоретических исследований получена математическая модель углубления забоя, которая определяет связь между продольными и крутильными колебаниями бурильной колонны.

Ключевые слова: бурильная колонна, продольные колебания, крутильные колебания, начальные и граничные условия, математическая модель.

The article considers the drill stem fluctuations occurring during the bit and well bottom interaction. Based on theoretical studies the mathematical model of sacking deepening was obtained. It determines the relationship between the longitudinal and rotary fluctuations of the drill stem.

Key words: drill stem, longitudinal fluctuations, rotary fluctuations, source and limiting conditions, mathematical model.

Бурильна колона в процесі поглиблення свердловини зазнає складних навантажень, що виникають у результаті одночасної дії осевих напружень розтягу і стиску, кручення й згину. Частина цих навантажень діє постійно, інша постійно змінюється, що призводить до ймовірних коливних процесів. Випадковість навантажень на бурильну колону насамперед пов'язана з ймовірними поздовжніми і крутильними коливаннями породоруйнівного інструмента, а також зі зміною геологічних умов буріння й іншими чинниками.

Явище поздовжніх коливань бурильної колони як гнучкої стрижневої системи можна розглядати, як звичайний стиск, до елементів колони, крім зовнішнього поздовжнього навантаження $p(x, t)$, ще прикладені сили інерції $-m_1 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right)$; де m_1 – погонна маса труб; u – вертикальне переміщення долота. Виходячи із цього і використовуючи варіаційні методи механіки [1], залежності для статичного стиску і розтягу можна застосувати і до поздовжніх коливань бурильної колони. Отже, диференціальне рівняння поздовжніх коливань має вигляд:

$$EF \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + p(x, t) - m_1 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) = 0, \quad (1)$$

де E – модуль Юнга; F – площа поперечного перерізу труб.

Усі компоненти поздовжніх коливань залежать від двох змінних, які інтерпретуємо у вигляді не плоских кривих, а кривих поверхні.

Задача про крутильні коливання призматичного стрижня ідентична до попередньої задачі і привірюється до диференціального рівняння

$$GJ_d \theta'' + m(x, t) - m_1 \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \right) = 0, \quad (2)$$

де G – модуль другого роду; J_d – крутий момент інерції поперечного перерізу колони; θ – кут повороту перерізу колони; m – інтенсивність зовнішнього крутного моменту (долото–вибій); $m_1 = \frac{\gamma}{g} J_d$ – момент інерції одиниці довжини труби; γ – вага одиниці довжини труби.

Залежність між поздовжніми і крутильними коливаннями бурильної колони визначатимемо завдяки динаміці взаємодії долота з вибоєм свердловини, тобто за допомогою граничних умов.

Нерівності вибою, що виникають у процесі поглиблення свердловини, а також перекошування зубчастої поверхні шарошок по вибою спричинюють одночасне збурення як поздовжніх, так і крутильних коливань бурильної колони.

Потрібно зазначити, що в процесі спорудження свердловини поздовжні коливання за своєю інтенсивністю співмірні з крутильними коливаннями. Однак крутильні коливання бурильної колони привертають нашу увагу через свій взаємозв'язок із поздовжніми коливаннями, ступінь рівномірності обертання долота, зміну моменту опору під час його взаємодії з вибоєм і зміну моменту в зв'язку з коливанням колони, а також впливу цих факторів на інтенсивність

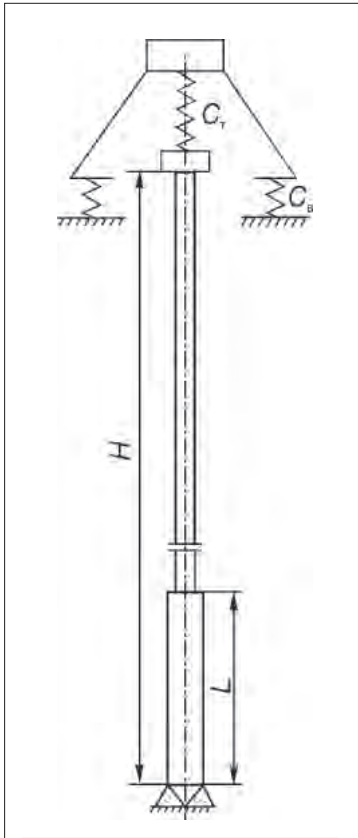


Рис. Моделювальна схема бурової колоні: C_T – жорсткість талевої системи, яка змінюється в процесі поглиблення вибою; C_B – жорсткість вишки; H – довжина колоні; L – довжина ОБТ

руйнування породи. Теорія крутильних коливань бурової колоні розроблена меншою мірою, ніж поздовжніх коливань. Дослідження [2, 3] та деякі інші пов'язані із впливом мікропрофілю вибою як збудника цих коливань, а також взаємного зв'язку крутильних і поздовжніх коливань.

Зауважимо, що навіть якщо долото приводить у дію двигун із жорсткою характеристикою (ротор, електробур, гвинтовий двигун), обертання долота має нерівномірний характер. Це зумовлене передусім змінними вертикальними і горизонтальними реакціями вибою, які виникають унаслідок нерівностей вибою і взаємодії зубців шарошок із останнім. Віброграми, записані безпосередньо на бурових колоні і її коливальними процесами. В усіх випадках поряд із поздовжніми виникають крутильні коливання.

Розглянемо якісну картину виникнення крутильних коливань, враховуючи, що крутильні коливання бурової колоні збуджуються через взаємодію долота з вибоєм. Насамперед крутильні коливання викликані змінним моментом приводу і пружністю самої колоні, яка навантажена цим моментом. Таким чином, змінний момент, який підводиться до долота, складається з моменту ротора (його можна вважати постійним) і змінної складової, зумовленої крутильними коливаннями мас колоні під дією її пружних сил. Взаємодія долота з вибоєм за осьового навантаження і моментів викликає взаємну їх деформацію. Відповідно жорсткість пари долото-вибій визначатиметься їх фізико-механічними властивостями.

Отже, основним джерелом пружних відновлювальних сил (моментів) є компонування бурової колоні, яке описано диференціальними рівняннями (1) і (2), як стрижневої системи з розподіленими параметрами. Така динамічна схема може бути апроксимована одним стрижнем [4] або ланцюговою системою стрижнів [5]. Якщо динамічна схема матиме вигляд стрижневої складової системи, коливання останньої описуватимуть системою диференціальних рів-

нянь, які пов'язані між собою кінематичними і силовими умовами з'єднань.

Точність обчислення параметрів власних коливань (форм і частоти), а також вимушених коливань конструкції бурової колоні залежить від вибору граничних і початкових умов.

На динамічній схемі бурової вишки бурової колоні має вигляд стрижня (рисунок). Виходячи з цього, граничні умови для поздовжніх, крутильних і поздовжньо-крутильних коливань бурової колоні можна записати: для крутильних коливань при $x = 0$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \omega_0, \quad (3)$$

при $x = H$

$$GJ_d \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -M_{\text{оп}} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t}; -P \right), \quad (4)$$

де H – довжина колоні; $M_{\text{оп}}$ – момент опору.

Початкові умови $t = 0, \varphi = 0; t = 0, \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$.

Першу граничну умову при $x = 0$ запишемо

$$EF \frac{\partial u}{\partial x} = C_T u_T, \quad (5)$$

де C_T – жорсткість талевої системи; u_T – деформація талевої системи.

Якщо прийняти послідовне з'єднання пружностей елементів, то отримаємо:

$$C = \frac{C_T C_B}{C_T + C_B}, \quad (6)$$

де C – загальна жорсткість системи; C_B – жорсткість вишки.

Як наслідок отримаємо:

$$N_T = C u_T = \frac{C_T C_B}{C_T + C_B} u_T, \quad (7)$$

де N_T – нормальне зусилля в талевої системі.

Якщо початкова довжина талевої системи l_0 , то в процесі буріння за рівномірної подачі інструмента зміна довжини талевої системи дорівнюватиме $v_0 t$, тоді $l = l_0 + v_0 t$, $v_0 = v_n$.

Позначимо $v_0 t = \Delta l$, тоді

$$N_T = E_T F_T n_T \frac{\Delta l}{l_0 + \int_0^l v_n dt}, \quad (8)$$

$$N_T = EF \varepsilon = EF \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (9)$$

де n_T – кількість гілок тросів талевої системи; v_n – швидкість подачі інструмента; $\varepsilon = \Delta l / l$.

Виходячи з (7) і підставивши (8), а також врахувавши (9), отримаємо

$$EF \frac{\partial u}{\partial x} = C_B \frac{E_T F_T n_T}{l_0 + \int_0^l v_n dt} \bigg/ \left(C_B + \frac{E_T F_T n_T}{l_0 + \int_0^l v_n dt} \right). \quad (10)$$

Для рівномірної подачі інструмента приймемо $l_0 + v_0 t$. Враховуючи, що $C_b \gg C_t$, граничні умови при $x = 0$ запишемо

$$EF \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{E_t F_t n_t}{l_0 + v_0 t} u_t. \quad (11)$$

$$\text{Позначимо } \frac{E_t F_t n_t}{l_0 + v_0 t} = c^*.$$

Виведемо граничні умови для нижнього кінця колони. Розглянемо статичні умови навантаження. Для цього в рівнянні (1) запишемо $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$. Тоді отримаємо

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\frac{g}{\mu^2} = -\frac{\gamma}{E}, \quad (12)$$

де $\mu^2 = \frac{E}{\rho}$; ρ – густина; $\gamma = g\rho$.

Розв'язок рівняння (12) буде:

$$u_0 = C_1 x - \frac{\gamma}{2E} x^2 + C_2, \quad (13)$$

де C_1 і C_2 – сталі інтегрування.

Взявши похідну з рівняння (13) і помноживши $u'_x = C_1 - \frac{\gamma}{E} x$ на EF при $x = H$, отримаємо:

Помноживши похідну $u'_x = C_1 - \frac{\gamma}{E} x$ на EF при $x = H$, отримаємо:

$$EF \left(C_1 - \frac{\gamma H}{E} \right) = -P_b, \quad (14)$$

де P_b – статична реакція вибою.

Із рівняння (14) із урахуванням (13) знаходимо C_1 і C_2 :

$$C_1 = \frac{\gamma H}{E} - \frac{P_b}{EF}, \quad C_2 = \frac{EF}{c^*} \left(\frac{\gamma H}{E} - \frac{P_b}{EF} \right). \quad (15)$$

Підставивши сталі інтегрування, отримаємо:

$$u_0(x) = \frac{EF}{c^*} \left(\frac{\gamma H}{E} - \frac{P_b}{EF} \right) + \left(\frac{\gamma H}{E} - \frac{P_b}{EF} \right) x - \frac{\gamma}{2E} x^2, \quad (16)$$

при $x = 0$

$$u_0(0) = \frac{EF}{c^*} \left(\frac{\gamma}{E} - \frac{P_b}{EF} \right) \rightarrow u_0(0) \frac{c^*}{F} = \gamma H - \frac{1}{F} P_b, \quad (17)$$

$$P_b = \gamma H F - c^* u_0(0).$$

Оскільки $\gamma F = q$ – вага погонного метра труб, граничні умови можна записати при $x = H$

$$EF \frac{\partial u_0}{\partial x} = c^* u_0(0) - qH. \quad (18)$$

Повне переміщення будь-якого перерізу колони складається із суми статичного і динамічного:

$$u(x, t) = u_{ст}(x) + u_{д}(x, t), \quad (19)$$

де $u_{ст}(x)$ – статичне переміщення; $u_{д}(x, t)$ – динамічне переміщення; $u = u_0$.

Механічна швидкість буріння є функцією осьового навантаження і частоти обертання долота

$$v_m = v \left(-P_b; \frac{\partial \varphi}{\partial t}; x = H \right). \quad (20)$$

Вираз (20) є граничною умовою на верхньому кінці колони.

Отже, граничними умовами будуть: при $x = 0$

$$EF \frac{\partial u}{\partial x} = c^* u, \quad (21)$$

при $x = H$

$$EF \frac{\partial u}{\partial x} = -P_b. \quad (22)$$

Опускаючи проміжні викладки і перетворення, зобразимо хвильове рівняння у вигляді

$$\frac{\partial^2 u_{д}}{\partial t^2} = \mu^2 \frac{\partial^2 u_{д}}{\partial x^2}. \quad (23)$$

Підставивши в (23) вираз (19) і врахувавши (21), при $x = 0$ отримаємо:

$$\frac{\partial u_{д}}{\partial x} = \frac{c^*}{EF} u_{д}. \quad (24)$$

При цьому початкові умови будуть нульовими навіть від початку буріння ($t = 0$).

При $x = H$ гранична умова матиме вигляд:

$$EF \left(\frac{\partial u_{д}}{\partial x} + u'_{0}(x) \right) = -P_b. \quad (25)$$

Розглянемо докладніше граничні умови для крутильних коливань.

Якщо кутова швидкість $\omega_p = \omega_0$ ротора є постійною, то зміну кута повороту вздовж колони бурильних труб (координата x) запишемо так:

$$\varphi(x) = \omega_0 t + \varphi_0(x). \quad (26)$$

За установленого руху $\varphi^*(x) = \omega_0 t$. Отже, $\varphi(x) = \varphi_{д}(x, t) + \varphi(x)$, де $\varphi_{д}$ – кут закручування колони від динамічної складової на долоті.

Граничні умови:

при $x = 0$

$$\omega_0 = \frac{\partial \varphi_{д}}{\partial t}, \quad \frac{\partial \varphi_{д}}{\partial t} = 0, \quad (27)$$

при $x = H$

$$GJ_d \frac{\partial \varphi_{д}}{\partial x} = - \left[M_{оп} \left(\omega_0 + \frac{\partial \varphi_{д}}{\partial t}; P_b + P_d \right) - M_{оп}(\omega_0; P_b) \right], \quad (28)$$

де P_d – динамічна реакція вибою.

Виходячи з попереднього, дістанемо:

$$\varphi(x, t) = \varphi_{д}(x, t) + \omega_0 t - \frac{M_{оп}(\omega_0; P_b)}{GJ_d} x. \quad (29)$$

Розглянемо інтегрально процес поглиблення вибою, зокрема механічну швидкість як функцію режимів буріння:

$$v_m = v[(P_b + P_d); n]. \quad (30)$$

Тоді v_m із урахуванням вищеприписаного матимемо:

$$v_m = v \left[(P_b + P_d); \omega_0 + \frac{\partial \varphi_d}{\partial t} \right]. \quad (31)$$

Урахувавши, що $-P_d = EF \frac{\partial u_d}{\partial x}$, отримаємо:

$$v_m = v \left[\left(P_b + EF \frac{\partial u_d}{\partial x} \right); \left(\omega_0 + \frac{\partial \varphi_d}{\partial t} \right) \right]. \quad (32)$$

Використаємо математичну модель поглиблення вибою, яка враховує динаміку компонування низу бурильної колони (КНБК) [6]:

$$Y = AP^a n^b |Z_{вх}|^c, \quad (33)$$

де Y – функція, яка може позначати механічну швидкість, середню за рейс проходку на долото або час роботи долота на вибої; A – дослідний коефіцієнт моделі; P – осьове статичне навантаження; n – швидкість обертання долота; a , b , c – дослідні коефіцієнти, які вибирають для кожного названого параметра окремо; $|Z_{вх}|$ – модуль імпедансу входу бурильної колони.

Розглянемо вираз для механічної швидкості буріння, використавши вищевикладене:

$$v = (P, n_0, t, Z_{вх}). \quad (34)$$

Урахувавши, що $\omega = \frac{\pi n}{30}$, а також підставивши у вираз (34) значення $P = P_b$ і замість $n \rightarrow \omega$, отримаємо:

$$v_m = A \left[\left(P_b - EF \frac{\partial u_d}{\partial x} \right)^a \left(\omega_0 + \frac{\partial \varphi_0}{\partial t} \right)^b - (P_b)^a (\omega_0)^b \right] Z_{вх}^c. \quad (35)$$

Висновок

Отже, побудована математична модель поглиблення вибою враховує не тільки вплив динаміки КНБК, а й зв'язок між її поздовжніми і крутильними коливаннями. При цьому імпеданс містить і поздовжні, і крутильні коливання. Подальше дослідження динаміки бурильної колони пов'язане з виникненням автоколивального процесу, його впливом на міцність елементів бурильної колони та показників буріння.

Список літератури

1. **Пратусевич Я.А.** Вариационные методы в строительной механике / Я.А. Пратусевич. – М.-Л.: ОГИЗ, 1948. – 400 с.
2. **Огородников П.И.** Управление углублением забоя скважины на базе изучения динамических процессов в бурильной колонне:

дис. ... докт. техн. наук / П.И. Огородников. – М., 1991. – 421 с.

3. **Юнин Е.К.** Динамика глубокого бурения / Е.К. Юнин, В.К. Хегай. – М.: Недра, 2004. – 285 с.

4. **Сурнин Л.С.** Повышение эффективности применения амортизаторов на базе исследования волновых процессов в бурильной колонне: дис. ... канд. техн. наук / Л.С. Сурнин. – Ивано-Франковск, 1986. – 167 с.

5. **Сароян А.Е.** Бурильные колонны в глубоком бурении / А.Е. Сароян. – М.: Недра, 1979. – 229 с.

6. **Огородников П.И.** Захист бурильної колони від вібраційних навантажень / П.И. Огородников, В.М. Світлицький, Ю.З. Щербатюк. – К.: Інтерпрес ЛТД, 2012. – 279 с.

Автори статті



Огородников Петро Иванович

Закінчив Львівський політехнічний інститут, механічний факультет, доктор технічних наук, професор, академік УНГА, член-кореспондент Гірничої академії України. Працює деканом факультету нафтогазової інженерії і комп'ютерних наук Міжнародного науково-технічного університету (м. Київ).

Світлицький Віктор Михайлович

Доктор технічних наук, професор кафедри геології нафти і газу Київського національного університету ім. Тараса Шевченка. Закінчив ІФІНГ за спеціальністю геологія та розвідка нафтових і газових родовищ. Основні напрями наукових досліджень – вивчення процесів, які відбуваються у покладах високов'язких та парафіністих нафт зі зміною термодинамічних умов; моделювання глибинних процесів під час фільтрації пластових флюїдів; дослідження дисперсних систем порошкоподібних реагентів для інтенсифікації видобутку нафти і газу та магнітокероаних дисперсних систем для обмеження та ізоляції припливів пластових вод.



Гоголь Віталій Іванович

Асистент кафедри транспортування та зберігання нафти і газу Міжнародного науково-технічного університету (м. Київ). Закінчив ІФНТУНГ за спеціальністю газонафтопроводи та газонафтоосховища. Основний напрям наукових досліджень – динаміка і міцність бурильної колони.

