

## ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНА МОДЕЛЬ ВИВІЛЬНЕННЯ ПРИХОПЛЕНОЇ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ ВІБРАЦІЙНИМ МЕТОДОМ

К.Г. Левчук

ІФНТУНГ; 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (0342) 727131,  
e-mail: kgl.itp.nan@gmail.com

Запропоновано дискретно-континуальну математичну модель процесу вивільнення прихопленої бурильної колони, що охоплює динамічне збурення, пружну деформацію вільної частини компоновки бурильних труб, формування навантаження на прихоплену зону та динаміку прихопленої компоновки бурильних труб. Модель складено для випадку розміщення вібраційного механізму вгорі бурової вежі, тобто без розкручування бурильної колони. Задачу вивільнення бурильної колони вібраційним методом розв'язано з урахуванням зовнішньої сили, згенерованої вібратором, і сил опору застряглої труби.

В основу запропонованого методу покладено рівняння повздовжніх і згинальних коливань пружного стрижня – диференціальні рівняння гіперболічного типу з частинними похідними з двома незалежними змінними, а також молекулярно-механічну теорію тертя. У процесі розв'язання систему диференціальних рівнянь зведено до задачі Штурма-Ліувілля з крайовими умовами I та II роду, а далі застосовано метод Фур'є.

Одержано формули для визначення тиску породи на бурильну трубу для різних видів прихоплень. Для зменшення коефіцієнта тертя рекомендується використання вібропристроїв.

Отримано залежності для оцінки ефективності застосування вібраційних пристроїв для ліквідації аварій при бурінні без порушення міцності труб. Проведено аналіз впливу низькочастотних коливань на коефіцієнт тертя бурильних труб до стінки свердловини при застосуванні віброзбурювальних пристроїв.

Надано рекомендації щодо підбору частоти й амплітуди збурювальної сили, що дасть змогу вивільнити прихоплену колону труб і запобігти її руйнуванню. Дано пораду розміщувати свердловинні осцилятори не лише вгорі бурильної вежі, а також вмонтовувати їх у бурильну колону поблизу зони прихоплення.

Ключові слова: хвильове рівняння, ліквідація прихоплень, вібратор, сили прихоплення, згинальні коливання, свердловинний осцилятор.

Предложена дискретно-континуальная математическая модель процесса освобождения прихваченной бурильной колонны, содержащая динамическое возмущение, упругую деформацию свободной части компоновки бурильных труб, формирование нагрузок на прихваченную зону и динамику прихваченной компоновки бурильных труб. Модель составлена для случая расположения вибрационного механизма на верху буровой вышки, без раскручивания бурильной колонны. Задача освобождения бурильной колонны вибрационным методом решена с учётом внешней силы, сгенерированной вибратором, и сил сопротивления застрявшей трубы.

В основу предложенного метода положено уравнение продольных и поперечных колебаний упругого стержня – дифференциальные уравнения гиперболического типа в частных производных с двумя независимыми переменными, а также молекулярно-механическую теорию трения. В процессе решения система дифференциальных уравнений сводится к задаче Штурма-Лиувилля с граничными условиями I и II рода, а далее применяется метод Фурье.

Получены формулы для определения давления породы на бурильную трубу для разных видов прихватов. С целью уменьшения коэффициента трения рекомендовано использование виброустройств.

Получены зависимости для оценки эффективности применения вибрационных устройств для ликвидации аварий при бурении, без нарушения прочности труб. Проведён анализ влияния низкочастотных колебаний на коэффициент трения бурильных труб о стенку скважины в случае применения вибровозмущающих устройств.

Даны рекомендации по выбору частоты и амплитуды возмущающей силы, для освобождения прихваченной колонны труб и предупреждения их разрушения. Предлагается располагать скважинные осцилляторы не только сверху бурильной вышки, но и монтировать вблизи зоны прихвата бурильной колонны.

Ключевые слова: волновое уравнение, ликвидация прихватов, вибратор, силы прихватов, поперечные колебания, скважинный осцилятор.

The discrete-continual mathematical model of the stuck drilling string release which contains dynamic response, elastic deformation of the loose part of drilling pipes configuration, formation of loads on the stuck zone and dynamics of the stuck configuration of drilling pipes has been offered. The model is developed for a case of an arrangement of the vibration mechanism on the drilling derrick top that does not require a snapping-back of a drilling string. The problem of release of a drilling string is solved by a vibration method taking into account the external force generated by the vibrator, and resisting strengths of the stuck pipe.

The equation of longitudinal and transverse vibrations of a resilient rod – differential equations of hyperbolic type in partial derivatives with two variables, and also the molecular and mechanical theory of friction is the basis for the offered method. The system of differential equations comes down to a Sturm–Liouville theory with boundary conditions of type I and II, and the method of Fourier is applied further.

The formulae for determination of pressure of rock on a drilling pipe for different types of a sticking are received. It has been recommended to use vibrodevices for the purpose of decreasing the friction coefficient.

*The dependencies for efficient application of vibrodevices to eliminate accidents during drilling operation have been obtained. The influence of low-frequency fluctuations on a friction coefficient between drilling pipes and a well wall in case of use of the vibrorevolving devices has been analyzed.*

*Recommendations concerning selection of frequency and amplitude of the disturbing force are made that will allow to release the stuck drilling pipes and to prevent their destruction. It has been offered to have well oscillators not only above a boring tower, but also to mount them in a drilling string near a sticking zone.*

Key words: wave equation, stuck elimination, vibrator, sticking forces, longitudinal vibrations, transverse oscillations.

### Вступ

Не зважаючи на те, що вібраційні методи ліквідації прихоплень бурильного інструменту відносять до пріоритетних напрямів, вони залишаються маловивченими. Широке використання вібропристроїв зумовлено простотою конструювання й можливістю чималих змін режимів роботи зі збереженням параметрів та конструкції. До того ж ці прилади придатні для багаторазового і довготривалого використання.

Однак процеси, що виникають у бурильній колоні (БК) та зоні прихоплення, надто складні, тому більшість наукових досліджень обмежуються експериментальними роботами і натурними випробуваннями. Численні випробування з метою вивчення впливу вібрацій на величину сил опору, проведені на бурових свердловинах [1-3] і сваях, занурених у ґрунт [4-6], є важливим підґрунтям для створення теорії використання вібраційних методів для вивільнення застряглої БК. Одним із методів теоретичного обґрунтування залишається математичне моделювання.

З розвитком сучасної комп'ютерної техніки стає можливим створені складні математичні моделі підняти на якісно вищий рівень. І зокрема таких, що достатньо точно описують динамічні процеси, які відбуваються в нафтових і газових свердловинах [7]. Пружні сили, що виникають внаслідок деформації труб БК, тиск породи на бурильні труби та величина коефіцієнту опору є основними визначальними параметрами, що визначають сили, які необхідно подолати за допомогою вібратора, тобто механічна система містить талеву систему – вібратор – вільну компоновку бурильних труб – прихоплену компоновку бурильних труб.

### Аналіз сучасних досліджень

Задачами динаміки бурильної колоні займалися вчені В. П. Балицький, Г. Вудс, І. Л. Гурєєв, Д. В. Дейрінг, Ф. Дейлі, А. Г. Калінін, З. Г. Керімов, В. Є. Копілов, Р. Х. Санніков, Б. З. Султанов, Є. К. Юнін та інші [8-16].

Вібраційні пристрої нерідко використовують для інтенсифікації технологічних процесів у різних інженерних конструкціях. Експериментальні випробування резонансних явищ, проведені Р. Ш. Абівсвим, Б. Г. Новіцьким, Р. А. Татевосяном, Я. Е. Українським і В. Н. Челомєєм, показали, що низькочастотні коливання дозволяють швидко перетворити сухе тертя у в'язке [17-21]. Роботу вібраторів у бурильній колоні висвітлено у роботах Л. Б. Хузїна, М. С. Габдрахімова [22].

Проблемами виникнення і дослідження сил тертя між трубами та стінками свердловини

займався М. М. Александров, який вважав, що взаємодія у вертикальних свердловинах відбувається по замках, а у горизонтальних – по тілу труби [23, 24]. Дослідження, подані у роботі З. С. Луцького, показали, що коефіцієнт тертя для різних видів порід і типу промивальної рідини знаходяться в межах 0,121–0,315. Д. Д. Баркан та Н. А. Преображенська показали, що використання віброзбурювачів при правильному виборі частоти й амплітуди вібратора сили тертя і опору, що діють на зовнішню поверхню бурильної труби, вдається зменшити в 10-15 разів [25, 26].

Розробленням теорії тертя, що містить нелінійні системи диференціальних рівнянь, займався М. А. Галахов [27].

### Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми

Не зважаючи на те, що велику увагу дослідників було спрямовано на з'ясування механізму, причин виникнення, попередження та ліквідації прихоплень БК, досі не розроблено цілісної динамічної моделі. У поданій роботі запропоновано таку математичну модель, що охоплює процес від динамічного збурення бурильної колоні до вивільнення прихопленої зони.

### Формулювання цілей статті

Пропонується аналітично представити і обґрунтувати процес вивільнення бурильного інструменту за допомогою вібраційного методу, використавши хвильову теорію повздовжніх і згинальних коливань БК та теорію тертя. При цьому слід врахувати залежність коефіцієнта тертя металевої бурильної труби з породою на стінках свердловини за рахунок виникнення в'язкого тертя.

### Висвітлення основного матеріалу дослідження

Повна динамічна модель системи «талева система – вібратор – вільна компоновка бурильних труб – прихоплена компоновка бурильних труб» у випадку вібраційного методу вивільнення прихопленої БК включає динамічну модель збурювача коливань, колоні бурильних труб і зони прихоплення.

Розрахункову схему бурильної колоні з вібратором для складання математичної моделі представляємо як дискретно-континуальну на рис. 1. Умовно поділимо її на три секції: першу загальною довжиною  $l_1$ , м; другу – вільну частину обважнених бурильних труб (ОБТ) довжиною  $l$ , м; третю – прихоплену частину ОБТ довжиною  $h$ , м. Позначаємо загальну довжину ОБТ через  $l_2$ , м; густину промивальної рідини –

$\rho_{\text{рід}}$ , кг/м<sup>3</sup>; а густину матеріалу, з якого виготовлено труби –  $\rho$ , кг/м<sup>3</sup>; зовнішній та внутрішній діаметри бурильних труб першої секції й обважнених бурильних труб (ОБТ) –  $D_i$ , м і  $d_i$ , м ( $i=1,2$ ) відповідно; модуль пружності матеріалу труб –  $E$ , Н/м<sup>2</sup>.

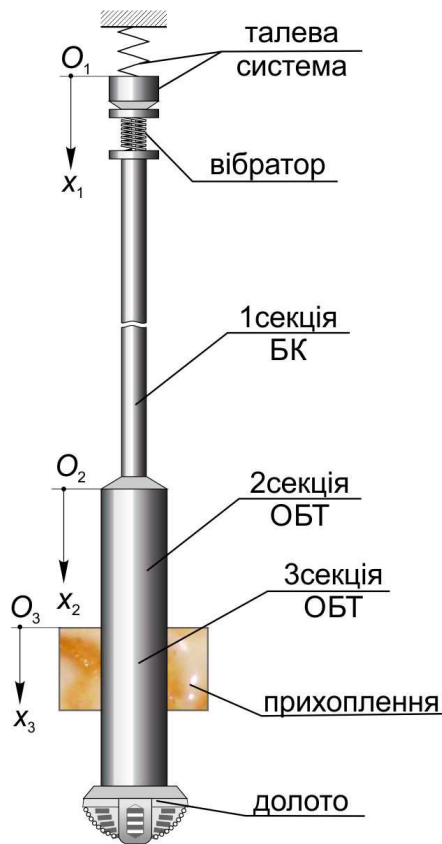


Рисунок 1 – Розрахункова схема

Повздовжні коливання  $u_i(x_i, t)$  секцій бурильної колони як частин підв'язаного стрижня описуємо хвильовими рівняннями другого порядку гіперболічного типу:

$$\ddot{u}_i(x_i, t) + 2h_i \dot{u}_i(x_i, t) - a_i^2 u_i''(x_i, t) = g, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

$$\ddot{u}_3(x_3, t) + 2h_2 \dot{u}_3(x_3, t) - a_2^2 u_3''(x_3, t) = g - f_0 \text{sign}[\dot{u}_3(x_3, t)], \quad (2)$$

де  $\ddot{u}_i(x_i, t) = \frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial t^2}$ ;  $\dot{u}_i(x_i, t) = \frac{\partial u_i(x_i, t)}{\partial t}$ ;

$$u_i''(x_i, t) = \frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial x_i^2};$$

$h_i = \alpha_i / 2(\rho F_i + \rho_{\text{рід}} F_{\text{кані}})$  – зведений коефіцієнт в'язкого опору ( $\alpha_i$  – коефіцієнт взаємодії промивальної рідини з бурильними трубами, с<sup>-1</sup>);

$F_i, F_{\text{кані}}$  – площа поперечного перерізу труби і внутрішнього каналу труби відповідно, м<sup>2</sup>, зокрема для циліндричної труби  $F_i = \pi(D_i^2 - d_i^2)/4$ ,  $F_{\text{кані}} = \pi d_i^2/4$ ;

$a_i = \sqrt{EF_i / (\rho F_i + \rho_{\text{рід}} F_{\text{кані}})}$  – швидкість розповсюдження повздовжньої хвилі, м/с;

$F$  – площа поперечного перерізу каналу, м<sup>2</sup>;

$g$  – прискорення вільного падіння, м/с<sup>2</sup>;

$$f_0 = f \rho h^2 L t g^2 (45^\circ + \beta/2) g / 2(\rho F_2 + \rho_{\text{рід}} F_{\text{кані2}})$$

– зведений коефіцієнт тертя труби до породи у свердловині ( $f$  – коефіцієнт тертя;  $L$  – периметр прихопленої труби, м, зокрема для циліндричної  $L = \pi D$ ;  $\beta$  – кут внутрішнього тертя породи),  $t$  – поточний час, с.

Динаміку другої секції БК, кінець якої – голова прихопленої частини обважнених бурильних труб, моделюємо також згідно з теорією стисло-скручених стрижнів. Згинальні коливання  $w(x_2, t)$  цієї секції описуємо хвильовими рівняннями гіперболічного типу четвертого порядку:

$$EJw^{IV}(x_2, t) - EF_2 \frac{\partial}{\partial x_2} (u_2'(x_2, t) w'(x_2, t)) + (\rho F_2 + \rho_{\text{рід}} F_{\text{кані2}}) \ddot{w}(x_2, t) = 0, \quad (3)$$

де  $J$  – осьовий момент інерції у радіальній площині, м<sup>4</sup>, зокрема для циліндричної труби

$$J = \pi(D_2^4 - d_2^4)/64; \quad w^{IV}(x_2, t) = \frac{\partial^4 w(x_2, t)}{\partial x_2^4};$$

$$u_2'(x_2, t) = \frac{\partial u_2(x_2, t)}{\partial x_2}; \quad w''(x_2, t) = \frac{\partial^2 w(x_2, t)}{\partial x_2^2};$$

$$\ddot{w}(x_2, t) = \frac{\partial^2 w(x_2, t)}{\partial t^2}. \text{ Важливо зазначити, що}$$

пружні осьові деформації ОБТ  $u_2(x_2, t)$  безпосередньо впливають на згинальні рухи обважнених бурильних труб.

До динамічних рівнянь руху (1)-(2) бурильної колони в напрямі свердловини приєднуємо крайові умови [28]:

$$EF_1 u_1'(0, t) + m_0 g = c_0 u_1(0, t) + m_0 \ddot{u}_1(0, t) - P(t), \quad (4)$$

$$u_1(l_1, t) = u_2(0, t), \quad u_2(l, t) = u_3(0, t) = 0, \quad (5)$$

$$EF_1 u_1'(l_1, t) = EF_2 u_2'(0, t) + q(F_2 - F_1) g l_1, \quad (6)$$

$$u_2'(l, t) = u_3'(0, t), \quad (7)$$

де  $m_0$  і  $c_0$  – маса, кг і жорсткість, Н/м рухомих частин талевої системи;

$P(t)$  – збурювальна сила, Н;

$q$  – густина промивальної рідини, кг/м<sup>3</sup>.

Далі складаємо крайові умови для поперечних коливань (3) вільної частини ОБТ. Верхній кінець ОБТ вільний, тому згинальний момент і поперечна сила дорівнюють нулю [29]:

$$w''(0, t) = w'''(0, t) = 0. \quad (8)$$

Оскільки нижній кінець вільної частини ОБТ прихоплено внаслідок обвалювання породи, то поперечні переміщення і кут повороту дорівнюють нулю (рис. 2):

$$w(l, t) = w'(l, t) = 0. \quad (9)$$

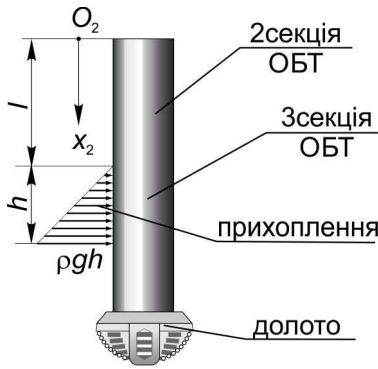


Рисунок 2 – Навантаження обважнених бурильних труб

Для визначення сталих інтегрування знаходимо початкові умови руху зі статичних рівнянь рівноваги механічної системи:

$$u_1(x_1, 0) = [\rho_{\text{під}}(F_{\text{кан1}}l_1 + F_{\text{кан2}}l) + \rho(F_{1l_1} + F_{2l}) + q(F_2 - F_1)l_1]g \left( \frac{1}{c_0} + \frac{x_1}{EF_1} \right) - \frac{\rho F_1 + \rho_{\text{під}} F_{\text{кан1}}}{2EF_1} g x_1^2 + \frac{m_0 - f\rho h^2 L \text{tg}^2(45^\circ + \beta/2)/2}{c_0} g; \quad (10)$$

$$u_2(x_2, 0) = [\rho_{\text{під}}(F_{\text{кан1}}l_1 + F_{\text{кан2}}l) + \rho(F_{1l_1} + F_{2l}) + q(F_2 - F_1)l_1]g \left( \frac{1}{c_0} + \frac{l_1}{EF_1} \right) + \frac{\rho_{\text{під}} F_{\text{кан2}} + \rho F_2}{EF_2} g \times (11) \times x_2 \left( l - \frac{x_2}{2} \right) + \frac{m_0 - f\rho h^2 L \text{tg}^2(45^\circ + \beta/2)/2}{c_0} g;$$

$$w(x_2, 0) = \frac{\rho h^2 L}{12EJ} \text{tg}^2(45^\circ + \beta/2) g \times [(3l + 2h - x_2)x_2^2 - (3l + 4h)lx_2 + (l + 2h)l^2]. \quad (12)$$

У положенні статичної рівноваги швидкості у поточних перерізах бурильної колони дорівнювали нулю:

$$\dot{u}_1(x_1, 0) = \dot{u}_2(x_2, 0) = \dot{w}(x_2, 0) = 0. \quad (13)$$

Оскільки динамічні рівняння руху (1), (2) та крайова умова (4) неоднорідні, то закони руху перерізів БК містять три складові – статичну (стаціонарний розв’язок), додаткову складову вимушених коливань і динамічну (вільні й вимушені коливання). Для знаходження нетривіального розв’язку системи однорідних рівнянь, що відповідають системі (1), (2), використаємось методом Фур’є. Відповідно закони руху перерізів БК подаємо у вигляді:

$$u_i(x_i, t) = X_i(x_i) \cdot T_i(t), \quad i = 1, 2, \quad (14)$$

де  $X_i(x_i)$  – власна форма повздожніх коливань поточного перерізу,

$T_i(t)$  – функція часу.

За допомогою рівності (14) і однорідних крайових умов, які відповідають неоднорідним умовам (4)-(7), отримуємо задачу Штурма-Ліувілля. Відповідно до цієї задачі, що вивчається, частотне рівняння повздожніх коливань бурильної колони матиме вигляд:

$$\frac{a_2 F_1}{a_1 F_2} \text{tg} \frac{p_{1k}}{a_2} l \left( 1 - \frac{EF_1}{c_0 a_1} p_{1k} \text{tg} \frac{p_{1k}}{a_1} l_1 \right) = \text{tg} \frac{p_{1k}}{a_1} l_1 + \frac{EF_1}{c_0 a_1} p_{1k}. \quad (15)$$

Рівняння (15) визначає повний спектр власних повздожніх коливань БК.

Отже, закони повздожніх рухів поперечних перерізів бурильних труб першої і другої секцій відповідно до записаних крайових умов (4)-(7), стаціонарних розв’язків, початкових умов (10), (11) і (13), власних частот, що визначаються частотним рівнянням (15), якщо збудувальна сила має гармонічний характер  $P(t) = A \sin(\omega t + \gamma)$ , набувають вигляду:

$$u_1(x_1, t) = a_{01} + a_{11}x_1 + a_{21}x_1^2 + \frac{x_1 - l_1}{EF_1 l_1} A x_1 \times \sin(\omega t + \gamma) + \sum_{k=1}^{\infty} X_{1k}(x_1) \times$$

$$\times \left[ e^{-h_1 t} \left( B_{1k} \sin t \sqrt{p_{1k}^2 - h_1^2} + B_{2k} \cos t \sqrt{p_{1k}^2 - h_1^2} \right) + C_{1k}(t) / \sqrt{(p_{1k}^2 - \omega^2)^2 + 4h_1^2 \omega^2} \right];$$

$$u_2(x_2, t) = a_{02} + a_{12}x_2 + a_{22}x_2^2 + \frac{l - x_2}{EF_2 l} A x_2 \times \sin(\omega t + \gamma) + \sum_{k=1}^{\infty} X_{2k}(x_2) \times$$

$$\times \left[ e^{-h_2 t} \left( B_{1k} \sin t \sqrt{p_{1k}^2 - h_2^2} + B_{2k} \cos t \sqrt{p_{1k}^2 - h_2^2} \right) + C_{2k}(t) / \sqrt{(p_{1k}^2 - \omega^2)^2 + 4h_2^2 \omega^2} \right]. \quad (17)$$

Тут  $X_{1k}(x_1) = \sin p_{1k} x_1 / a_1 + \frac{EF_1}{c_0 a_1} \cos p_{1k} x_1 / a_1$ ,

$$X_{2k}(x_2) = X_{1k}(l_1) \frac{\sin p_{1k} (l - x_2) / a_2}{\sin p_{1k} l / a_2} - \text{форми власних повздожніх коливань у перерізах першої і другої секцій БК. Коефіцієнти } a_{0i}, a_{1i}, a_{2i} \text{ відповідають рівнянням статичної рівноваги, сталі інтегрування } B_{1k}, B_{2k} - \text{початковим умовам (10) та (11), а } C_{2k}(t) \text{ визначаємо за теоремою Стеклова [28] шляхом розкладання за власними функціями:}$$

$$C_{1k}(t) = \frac{\int_0^{l_1} q_1(x_1, t) X_{1k}(x_1) dx_1}{\int_0^{l_1} X_{1k}^2(x_1) dx_1}; \quad (18)$$

$$C_{2k}(t) = \frac{\int_0^l q_2(x_2, t) X_{2k}(x_2) dx_2}{\int_0^l X_{2k}^2(x_2) dx_2}, \quad (19)$$

де

$$q_1(x_1, t) = \frac{A}{EF_1 l_1} \left[ (x_1(l_1 - x_1)\omega^2 - 2a_1^2) \sin(\omega t + \gamma) - 2h_1 x_1(l_1 - x_1)\omega \cos(\omega t + \gamma) \right];$$

$$q_2(x_2, t) = \frac{A}{EF_2 l} \left[ (x_2(x_2 - l)\omega^2 + 2a_2^2) \sin(\omega t + \gamma) - 2h_2 x_2(x_2 - l)\omega \cos(\omega t + \gamma) \right].$$

З отриманих розв'язків (16), (17) випливає, що на вільні коливання перерізів бурильних труб накладаються додаткові вимушені та високочастотні вимушені коливання, внаслідок чого сила, прикладена до прихопленої частини труби, буде вібрувати і плавно зростати зі збільшенням середньої швидкості деформованої труби.

Аналогічно за методом Фур'є закон поперечних коливань ОБТ подаємо у вигляді:

$$w(x_2, t) = Y(x_2) \cdot T_2(t), \quad (20)$$

де  $Y(x_2)$  – власна форма згинальних коливань поточного перерізу вільної частини ОБТ,

$T(t)$  – функція часу.

За допомогою формули (20) зводимо задачу для ненавантаженої колони до задачі Штурма-Ліувілля [30]. Згідно з отриманим рівнянням та однорідними крайовими умовами (8) і (9) частотне рівняння згинальних коливань бурильної колони наступне:

$$\cos(n_k l) \cosh(n_k l) = -1, \quad (21)$$

$$\text{де } n_k = \sqrt{p_{2k}/b}; \quad b = \sqrt{EJ / (\rho F_2 + \rho_{\text{під}} F_{\text{кан2}})}.$$

Рівняння (21) визначає повний спектр частот згинальних коливань вільної частини обважнених бурильних труб. Значення величин  $n_k l$  визначаємо графічно (рис. 3) згідно з рівнянням (20). З рис. 3 видно, що згинальні коливання будуть відбуватись на обмеженому спектрі частот. Тоді закон згинальних коливань з урахуванням початкових умов (12), (13):

$$w(x_2, t) = \sum_{k=1}^4 Y_k(x_2) C_{3k} \cos p_{2k} t, \quad (22)$$

де

$$Y_k(x_2) = \sin n_k x_2 + \sinh n_k x_2 + (\sin n_k l + \sinh n_k l) \times (\cos n_k x_2 + \cosh n_k x_2) \operatorname{ctg} n_k l / \sin n_k l -$$

форми власних згинальних коливань перерізів вільної частини ОБТ;

$$C_{3k} = \frac{\int_0^l w(x_2, 0) Y_k(x_2) dx_2}{\int_0^l Y_k^2(x_2) dx_2}.$$

Таким чином, повздовжні переміщення бурильної колони супроводжуються збільшенням потенціальної енергії частини БК, що знаходиться вище зони прихоплення. Із збільшенням амплітуди вимушених коливань потенціальна енергія перетворюється на кінетичну та витрачається на вивільнення прихопленої БК. Чергування хвильових процесів стискання і розтягу-

вання зумовлює зміну потенціальної енергії вільної частини БК, що збільшує навантаження у повздовжньому напрямі.

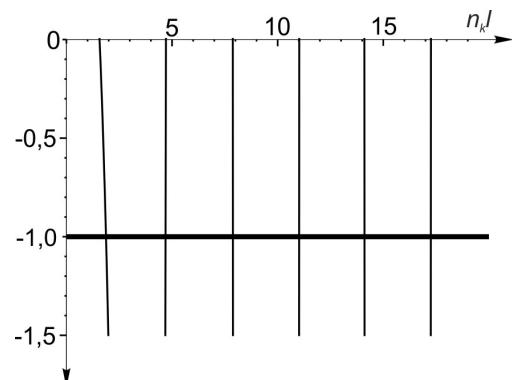


Рисунок 3 – Графічне зображення рівняння частот

Для вивільнення бурильних труб необхідно створити такі навантаження на кінці другої секції, щоб здолати силу тертя, зумовлену тиском породи на БК. За співвідношеннями елементарної теорії опору матеріалів для лінійно-деформованої колони труб зусилля повинно досягти рівня тертя ковзання, викликане розподіленим тиском породи на стінки труб:

$$EF_2 u_2'(l, t) \geq f \left[ \rho g L h^2 \operatorname{tg}^2(45^\circ + \beta/2) / 2 - EJ w'''(l, t) \right]. \quad (23)$$

Зазначимо, що під дією вібраційних процесів змінюється коефіцієнт тертя  $f$  між породою і стінкою металеві труби внаслідок виникнення фізико-механічних або фізико-хімічних процесів. Зі збільшенням амплітуди  $A$  вібрації крива  $f(A)$  стає більш пологою. Тобто при невеликих середніх швидкостях середня сила опору поводиться як в'язке тертя, пропорційне швидкості, а у випадку зростання амплітуди досягнута «в'язкість» спадає. Такий ефект називають вібраційним згладжуванням або зрідженням сухого тертя під дією високочастотних вібрацій. Поява внаслідок вібрації ефекту тискотропії знижує коефіцієнт тертя.

Залежність коефіцієнта в'язкості від прискорення коливань породи описується рівнянням зміни в'язкості, запропонованим Н. Н. Масловим [31]:

$$f(a) = f_k + (f_0 - f_k) e^{-\mu a/g}, \quad (24)$$

де  $f_0, f_k$  – початкове та кінцеве значення коефіцієнта в'язкості;

$\mu$  – коефіцієнт, що характеризує розструктурування породи;

$a$  – прискорення коливань породи.

Обираючи параметри вібрації: амплітуду і частоту, варто пам'ятати, що руйнування БК пов'язано із дією геологічних і технічних чинників, таких як напруження й деформації. Якщо напруження перевищить допустиму величину в одному із перерізів труби, то вона здеформується, а це може призвести до аварії.



**Висновки**

В основу запропонованого методу покладено хвильові рівняння гіперболічного типу другого і четвертого порядків. Складені системи диференціальних рівнянь розв'язано за допомогою метода Фур'є і Гальоркіна. При виведенні законів руху використано задачі Штурма-Ліувілля і Матьє. Враховано вплив повздовжніх коливань БК на згинальні коливання ОБТ. У підсумку отримано динамічні умови для вивільнення прихопленої бурильної колони. Обчислення запропоновано виконувати чисельними методами із застосуванням комп'ютерної техніки.

Практичні дослідження показали, що застосування осьових вібраторів, які встановлюють зверху обсадної колони, залишається досить ефективними при незначній довжині БК. При глибокому бурінні рекомендується використовувати вібратори поперечної дії, які можна вільно розмістити всередині бурильної колони, забезпечивши інтенсивну вібрацію на глибині, близькій до зони прихоплення. Методика складання такої моделі аналогічна представленої у даній публікації.

**Література**

1 Васюк Б. Н. Усовершенствование технологии установки обсадных колонн в скважине / Б. Н. Васюк, С. В. Гошовский // Породоразрушающий и металлообрабатывающий инструмент – техника и технология его изготовления и применения: Сб. науч. тр. ИММ им. В. М. Бакуля НАН Украины. – 2011. – Вып. 14. – С. 93-97.

2 Горная энциклопедия. Т. 3 / Гл. ред. Е. А. Козловский. Ред. кол.: М. И. Агошков, Н. К. Байбаков, А. С. Болдырев и др. – М.: Сов. Энциклопедия, 1987. – 592 с.

3 Ребрик Б. М. Вибротехника в бурении / Б. М. Ребрик. – М.: Недра, 1966. – 232 с.

4 Рис В. В. Вплив вібрацій на сили прихоплення бурильних труб при ліквідації ускладнень / В. В. Рис // Прикарпат. вісн. НТШ. Сер. Число. – 2015. – № 1. – С. 263-274.

5 Васенин В. А. Расчётная оценка параметров колебаний грунта при ударном погружении свай / В. А. Васенин // Эл. науч. журнал. Реконструкция городов и геотехническое строительство. – 2001. – № 4. [www.georec.narod.ru/mag/2001n4](http://www.georec.narod.ru/mag/2001n4).

6 Савельев С. В. Исследование процесса вибрационного деформирования грунта / С. В. Савельев, Г. Г. Бурый // Вестник Иркутск. ГТУ. – 2013. – № 2(73). – С. 66-69.

7 Керимов З. Г. Динамические расчеты бурильной колонны / З. Г. Керимов. – М.: Недра, 1970. – 157 с.

8 Балицкий П. В. Взаимодействие бурильной колонны с забоем скважин / П. В. Балицкий. – М.: Недра, 1975. – 293 с.

9 Вудс Г. Искривление скважин при бурении / Г. Вудс, А. Лубинский; пер. с англ. – М.: Гос. науч.-техн. изд.нефтяной и горно-топливной лит., 1960. – 162 с.

10 Влияние волновых процессов в бурильной колонне на показатели проводки скважин / И. Л. Гуреев, Э. Е. Лукьянов, В. И. Мазур, В. А. Ахв // Тр. Тюмен. индустр. Ин-та. – 1976. – Вып. 54. – С. 14-19.

11 Измерение сил, действующих на колонну труб, и её элементов движения в процессе бурения / Дейли, Дейринг, Пафф, Ортлофф, Линн // Труды АОИМ. Конструирование и технология машиностроения. – 1968. – № 2. – С. 24-34.

12 Калинин С. Г. Динамика несущих конструкций буровых установок: [монография] / С. Г. Калинин, Е. В. Харченко. – Львів: Вища школа, Вид-во при Львів. ун-ті, 1988. – 144 с.

13 Копылов В. Е. Бурение? Интересно! / В. Е. Копылов. – М.: Недра, 1981. – 160 с.

14 Санников Р. Х. Расчёт бурильных колонн для нефтяных и газовых скважин / Р. Х. Санников. – Уфа: УГНТУ, 2001. – 99 с.

15 Султанов Б. З. Управление устойчивостью и динамикой бурильной колонны / Б. З. Султанов. – М.: Недра, 1991. – 208 с.

16 Юнин Е. К. Динамика глубокого бурения / Е. К. Юнин, В. К. Херай. – М.: Недра, 2004. – 286 с.

17 Абиев Р. Ш. Исследование динамически уравновешенной пульсационной резонансной колонны / Р. Ш. Абиев // Хим. и нефтегаз. машиностр. – 2000. – № 3. – С. 33-36.

18 Ганив Р. Ф. Динамика частиц при воздействии вибрации / Р. Ф. Ганив, Я. Е. Украинский. – К.: Наукова думка, 1975. – 168 с.

19 Новицкий Б. Г. Применение акустических колебаний в химико-технологических процессах / Б. Г. Новицкий. – М.: Химия, 1983. – 192 с.

20 Хамитов Р. Н. Электромеханическое демпфирование в системах амортизации крупногабаритных объектов / Р. Н. Хамитов, Г. С. Аверьянов, А. А. Татевосян // Вестн. Сиб. ГАУ им. акад. М. Ф. Решетнева. – 2011. – № 1(34). – С. 150-153.

21 Челомей В. Н. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. / Ред. совет: В. Н. Челомей. – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 4. Вибрационные процессы и машины / Под. Э. Э. Лавендела, 1981. – 509 с.

22 Хузина Л. Б. Наддодолотный маятниковый вибратор / Л. Б. Хузина, М. С. Габдрахимов // Эл. науч. журнал. Нефтегазовое дело. – 2005. – № 2. [http://ogbus.ru/autors/Khuzina\\_1.pdf](http://ogbus.ru/autors/Khuzina_1.pdf).

23 Александров М. М. Взаимодействие колонны труб со стенками скважины. – М.: Недра, 1982. – 144 с.

24 Александров М. М. Силы сопротивления при движении труб в скважине. – М.: Недра, 1978. – 209 с.

25 Баркан Д. Д. Виброметод в строительстве / Д. Д. Баркан. – М.: Стройиздат, 1959. – 316 с.

26 Преображенская Н. А. Экспериментальные данные о погружении и извлечении шпунта и свай вибрированием в песчаных грунтах / Н. А. Преображенская // Динамика грунтов: Сб. НИИОСП. – М.: Госстройиздат, 1960. – № 32. – 164 с.

27 Галахов М. А. Дифференциальные и интегральные уравнения математической теории трения / М. А. Галахов, П. П. Усов. – М.: Наука, 1990. – 280 с.

28 Moisyshyn V. The Impact of Vibration Mechanism' Zone Installation on the Process of Retrieving Stuck Drill Pipes. / V. Moisyshyn, K. Levchuk // Mining of Mineral Deposits. – 2016. – Vol. 10, Iss. 3. – P. 65-76.  
<http://dx.doi.org/10.15407/mining10.03.065>

29 Гайдайчук В. В. Неголономна динаміка коливань кружляння колон глибокого буріння / В. В. Гайдайчук, Л. В. Шевчук // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2014. – № 92. – С. 92-101.

30 Вплив інтенсивності поперечних коливань на динамічний стан бурильної колони / П. І. Огородніков, В. М. Світлицький, О. О. Іванків, А. Я. Польовий // Нафтогазова галузь України. – 2016. – № 3(21). – С. 13-15.

31 Блехман И. И. Вибрационная механика / И. И. Блехман. – М.: Физмат. лит-ра, 1994. – 400 с.

*Стаття надійшла до редакційної колегії*  
24.01.18

*Рекомендована до друку*  
*професором **Мойсишиним В.М.***  
*(ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ)*  
*д-ром техн. наук **Кунцяком Я.В.***  
*(ПрАТ «НДіКБ бурового інструменту», м. Київ)*