УДК 621.372

СПЕКТРАЛЬНІ МОДЕЛІ СИГНАЛІВ В ПОЛЯРНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ

А. І. Сегін, М.В. Джулій

Тернопільський національний економічний університет, 11, вул. Львівська, м. Тернопіль, Україна, 46000, andriy.segin@gmail.com

Спектральний аналіз залишається на сьогодні одним із потужних методів дослідження та вимірювання характеристик сигналів, оскільки їх представлення в частотній формі є більш інформативним в порівнянні з їх часовими характеристиками [1]. В ряді випадків, спектральний аналіз та представлення його результатів в полярній системі координат є більш ефективним. Багато типових сигналів в полярній системі координат (ПСК) аналітично представляються набагато простіше, ніж в прямокутних координатах, відповідно всі розрахунки значно спрощуються.

Особливе місце в радіоелектронних схемах займають періодичні процеси. Як відомо, періодичні функції в полярній системі координат відображаються замкнутими кривими, що повторюються при проходженні кожного періоду. Наприклад, функція sin, яка часто використовується при опису електричних процесів, цифровій обробці сигналів та в багатьох інших випадках. Так траєкторія синусоїдального струму, тобто звичайного змінного струму $i(t) = I_m\, sin\,\omega t$, в полярних координатах описується системою $\begin{cases}\rho = i(\varphi),\\ \varphi = \omega t,\end{cases}$ і представляється у вигляді кола з діаметром рівним амплітуді струму I_m з центром в точці з полярними координатами $\left(\frac{I_m}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$. При наявності в струмі початкової фази $\varphi_0 > 0$ в полярних координатах він буде відображений у вигляді кола з тим же радіусом, що й при нульовій фазі тільки з центром кола зміщеним в точку з полярними координатами $\left(\frac{I_m}{2}, \frac{\pi}{2} - \varphi_0\right)$.

Полярна система координат також зручна і при аналізі електричних кіл з постійним струмом. Очевидно, що графік постійного струму $i(t)$ в будь-який момент часу t, в полярних координатах буде мати вигляд кола радіусом I_0 з центром у точці з полярними координатами (0, 0).

Фактично парні і непарні гармоніки спектру дискретного сигналу можна обчислити на базі взаємокореляційних функцій сигналу $\{x(k)\}$ з відповідно косинусоїдами та синусоїдами різної частоти [2]:

$$a_k = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x(i\cdot\Delta t)\cdot\cos(k\cdot i\cdot\Delta t)\,, \tag{1}$$

$$b_k = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x(i\cdot\Delta t)\cdot\sin(k\cdot i\cdot\Delta t)\,, \tag{2}$$

де a_k – парні гармоніки спектру; b_k – непарні гармоніки спектру; N – кількість дискретних відліків сигналу (довжина вибірки); x_i – значення дискретних відліків сигналу; k – номер гармоніки; Δt – крок дискретизації.

При переході до полярної системи координат часові координати t приводяться до розмірності кута ϕ, що по суті відповідає круговій частоті, а амплітуду I_m до радіус-вектора ρ. Тоді вирази (1) і (2) для полярної системи координат будуть мати вигляд:

$$a_k = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x(i\cdot\Delta\varphi)\cdot\cos(k\cdot i\cdot\Delta\varphi), \qquad (3)$$

$$b_k = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x(i\cdot\Delta\varphi)\cdot\sin(k\cdot i\cdot\Delta\varphi), \qquad (4)$$

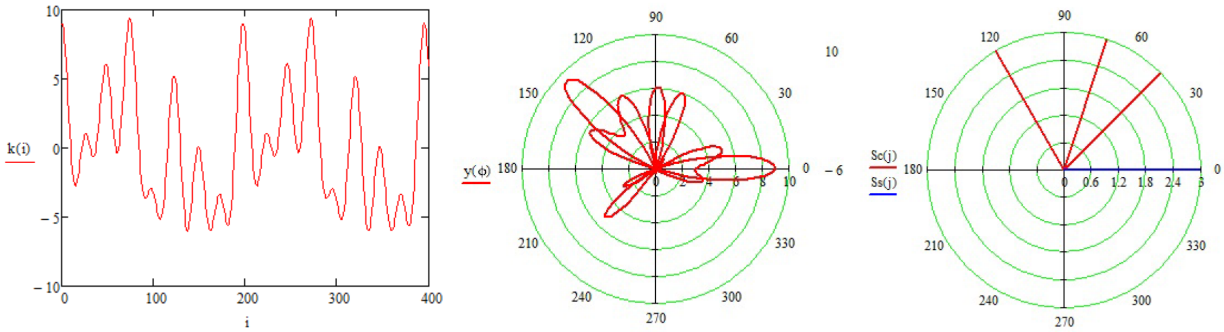
де $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi N}{\Delta t}$ – дискретизація відліків кута повороту в полярній системі координат, що відповідає дискретизації по часу Δt в прямокутній системі координат; $k = 1, 2, ..., n$ – номера гармонік.

Обчислимо спектральні характеристики для функції, яка в прямокутних і полярних координатах описуються формулами (5) і (6) відповідно:

$$k(i\cdot\Delta t) = 3\cos(3\cdot i\cdot\Delta t) + 3\cos(5\cdot i\cdot\Delta t) + 3\cos(8\cdot i\cdot\Delta t) + 3\sin(i\cdot\Delta t), \qquad (5)$$

$$y(i\cdot\Delta\varphi) = 3\cos(3\cdot i\cdot\Delta\varphi) + 3\cos(5\cdot i\cdot\Delta\varphi) + 3\cos(8\cdot i\cdot\Delta\varphi) + 3\sin(i\cdot\Delta\varphi). \qquad (6)$$

Якщо в формули обчислення спектральних характеристик (коефіцієнтів парних і непарних гармонік) (3) і (4) підставити вираз функції (6), отримаємо спектральну характеристику представлену на рис. 1,в



а) б) в)

Рисунок 1 – Графік сигналу (5) і (6) а) – в прямокутних координатах; б) – полярних координатах та в) – спектральна характеристика в ПСК

З рис. 1, в добре видно, що спектральна характеристика включає три парні гармоніки та одну непарну гармоніку. Оскільки амплітуда кожної складової однакова і рівна трьом, то всі спектральні складові також однакової амплітуди рівні трьом. Направленість радіус векторів спектральних характеристик в просторі ПСК вказує на частоту гармоніки, яка присутня в спектрі сигналу.

Літературні джерела

1 Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов: Учебник для вузов, 2-е изд. – СПБ. : Питер, 2006. – 751 с.

2 Сегін А. І. Подання і аналіз об’єктів управління як джерел інформації та методика побудови їх кореляційних моделей // Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. Івано-Франківськ. Серія: технічна кібернетика та електрифікація об’єктів паливно-енергетичного комплексу. - 1997. - Т. 6, № 34. - С. 23-34.